Lösungen

1. Löse die folgenden Gleichungen:
   a) $n = 6 \lor n = -7$ b) keine Lösung c) $x = 6 \lor x = 4$

2. Löse mit Hilfe der Methode des quad. Ergänzens:
   a) $x = 3 \pm \sqrt{12}$ (quad. Erg. ist $+3^2$)
   b) $a = \frac{1}{4} \pm \frac{11}{4}$
   $a = 3 \lor a = -2{,}5$ (quad. Erg. ist $+\left(\frac{1}{4}\right)^2$)

3. Ansatz: $(x-10)(x+1) = 0$
   Ausmultipliziert: $x^2 - 9x - 10 = 0$
4.

a) $2x^4 - 10x^2 = 12$ $2x^4 - 10x^2 - 12 = 0$ $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$ Substitution $z = x^2$ $z^2 - 5z - 6 = 0$ $(z-6)(z+1) = 0$ $z = 6 \ \lor \ z = -1$ Resubstitution $x^2 = 6 \ \lor \ x^2 = -1$ $x = \pm\sqrt{6}$	b) $\frac{1}{2}u^4 - u^2 + 2 = 0$ Substitution $x = u^2$ $\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$ $x^2 - 2x + 4 = 0$ $x = 1 \pm \sqrt{1-4}$ Keine Lösung
c) $2\sqrt{x-4} = 1 - x$ $4(x-4) = (1-x)^2$ $4x - 16 = 1 - 2x + x^2$ $0 = x^2 - 6x + 17$ $x = 3 \pm \sqrt{9-17}$ Keine Lösung	d) $\frac{3x}{x-1} + \frac{7}{x+1} = 2$ $3x(x+1) + 7(x-1) = 2(x-1)(x+1)$ $3x^2 + 3x + 7x - 7 = 2x^2 - 2$ $x^2 + 10x - 5 = 0$ $x = -5 \pm \sqrt{25+5} = -5 \pm \sqrt{30}$

5. Ansatz: $x = \frac{1}{x} + 1$
   Lösen der Gleichung:

$$x = \frac{1}{x} + 1 \quad | \cdot x$$
$$x^2 = 1 + x$$
$$x^2 - x - 1 = 0$$
$$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Antwort: Es sind die Zahlen $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}61$ und $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0{,}61$, die um Eins größer als ihr Kehrwert sind.

6. In dieser Aufgabe war ein Druckfehler (Summe und Produkt vertauscht). Daher hier nochmal die veränderte Aufgabenstellung:
   Zeige: Es gibt keine zwei Zahlen, deren Summe gleich 20 und deren Produkt gleich 120 ist.

   Wir nehmen an, dass es doch solche Zahlen gibt und nennen sie a, b.
   Dann gilt laut Text: $a + b = 20$ und $a \cdot b = 120$
   Stellt man die erste Gleichung um, erhält man $a = 20 - b$
   Mit dieser Gleichung ersetzen wir a in der zweiten Gleichung (Einsetzungsverfahren).

$$
\begin{aligned}
&a \cdot b = 120 \\
&(20 - b) \cdot b = 120 \\
&20b - b^2 = 120 \\
&0 = b^2 - 20b + 120 \\
&b = 10 \pm \sqrt{100 - 120}
\end{aligned}
$$

   Diese Gleichung hat keine Lösung, daher gibt es kein solches b (und dann natürlich auch kein a), dass die gewünschten Bedingungen erfüllt.

   (Wer die Originalaufgabe gelöst hat, wird vermutlich $119{,}833$ und $0{,}1669$ berechnet haben und das wäre ja durchaus eine Lösung!)