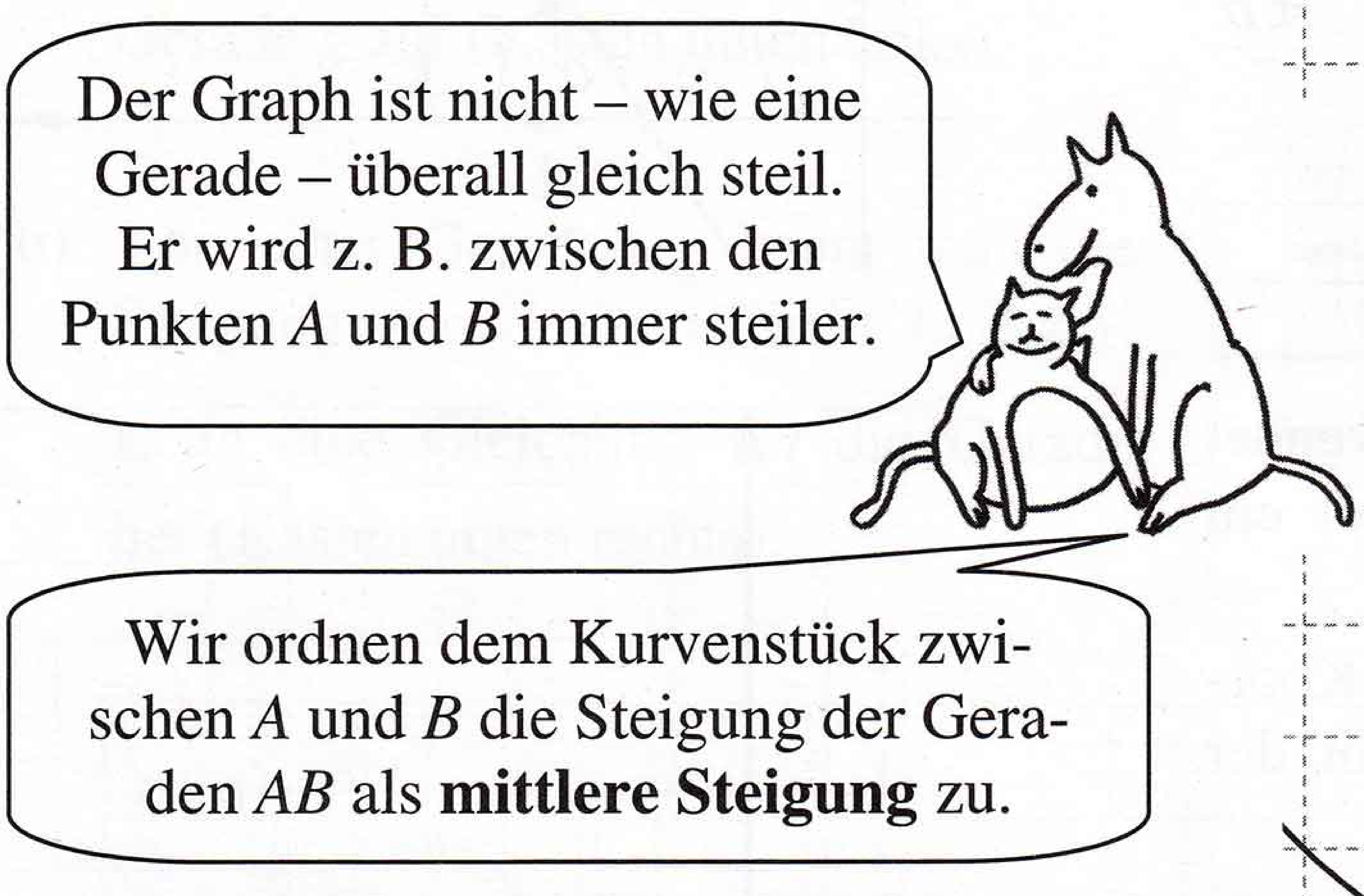
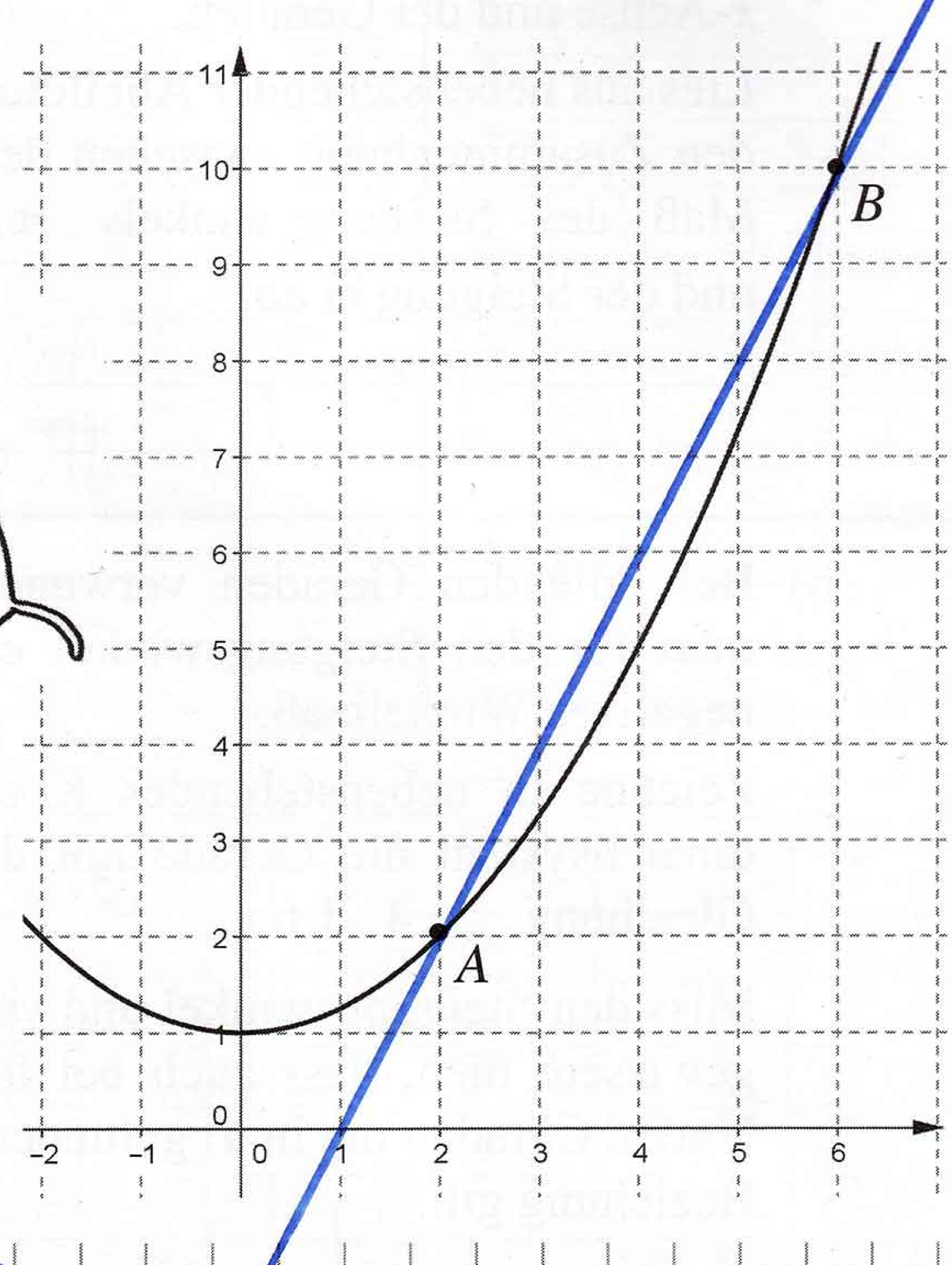
6. Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = 1 + \frac{1}{4}x^2$.





a) Zeichne die Gerade AB und berechne die mittlere Steigung des Graphen von f zwischen A und B (im Intervall $[2;6]$).

$$m = \frac{f(6) - f(2)}{6-2} = \frac{10-2}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

b) Berechne die mittlere Steigung des Graphen von f im Intervall $[0;4]$.

$$m = \frac{f(4) - f(0)}{4-0} = \frac{5-1}{4} = 1$$

c) Finde ein Intervall, in dem die mittlere Steigung von G_f null ist. z.B. $[-2;2]$

d) Ergänze.

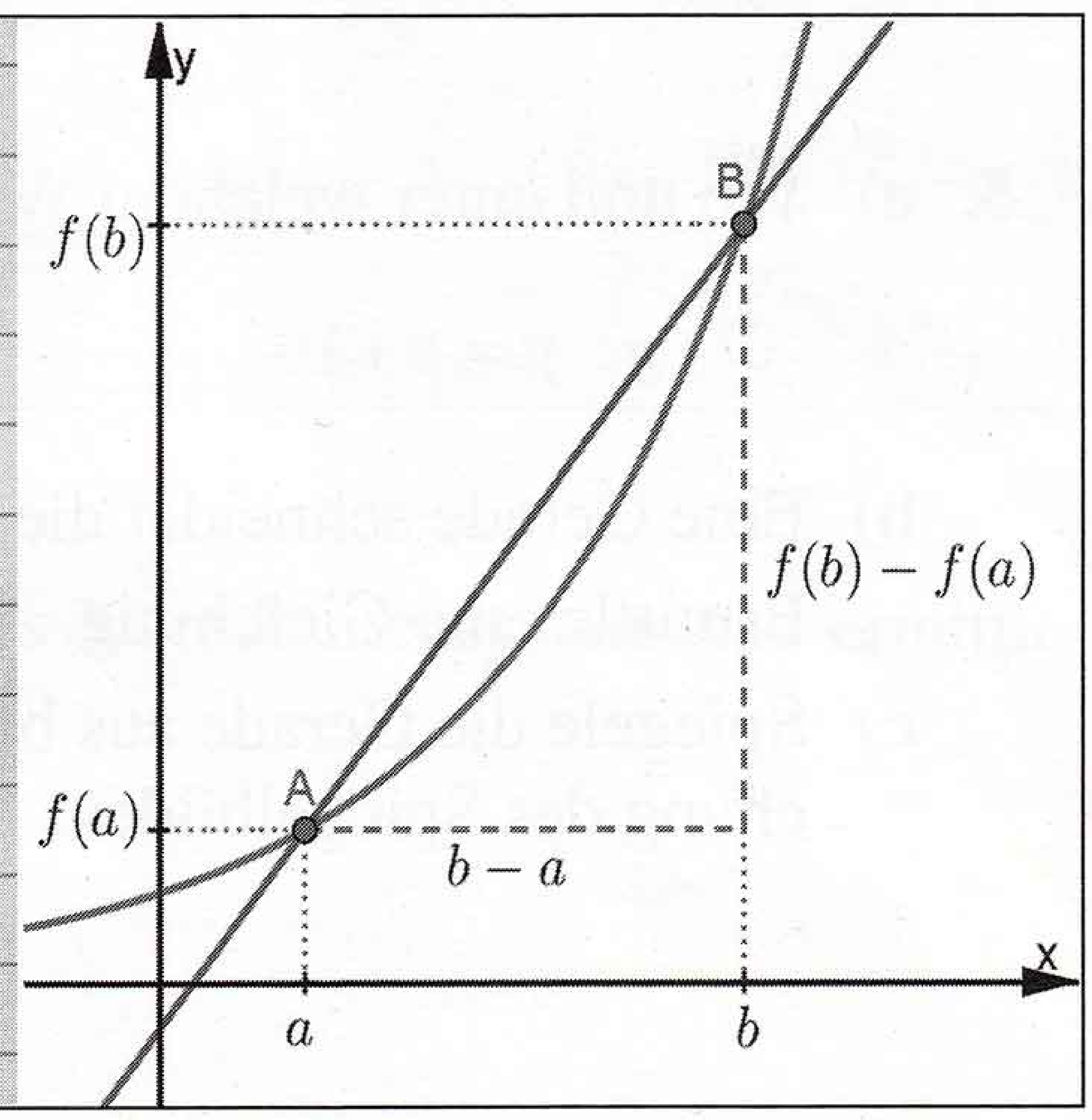
In nebenstehender Abbildung gilt:

Die Steigung der Sekante AB, also die Zahl

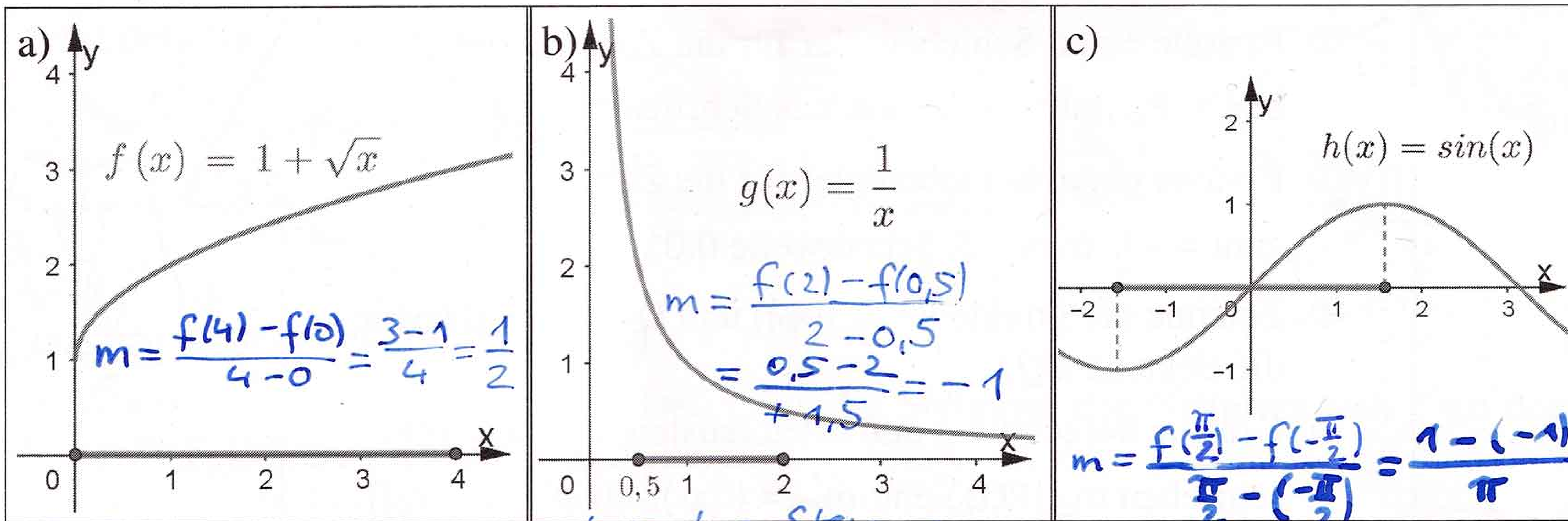
$$\frac{f(b) - f(a)}{b-a}$$

heißt **mittlere Steigung** des Graphen von f

im Intervall [a;b].



7. Gegeben sind der Graph einer Funktion f und ein Intervall $[a;b]$.
Berechne die mittlere Steigung von G_f in $[a;b]$.

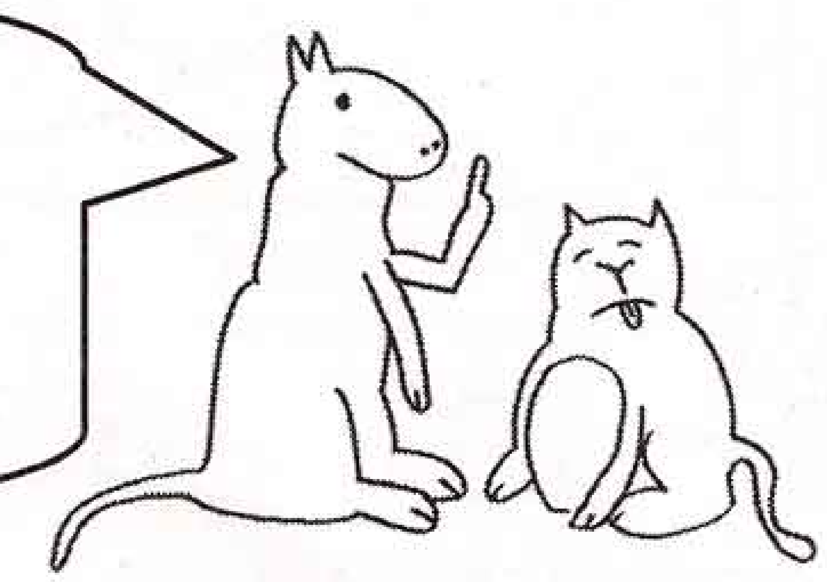


a) $m = \frac{f(4)-f(0)}{4-0} = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$

b) $m = \frac{f(2)-f(0{,}5)}{2-0{,}5} = \frac{0{,}5-2}{+1{,}5} = -1$
(negative Steigung, da Sekante fällt)

c) $m = \frac{f(\frac{\pi}{2})-f(-\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}-(-\frac{\pi}{2})} = \frac{1-(-1)}{\pi} = \frac{2}{\pi}$

8. Wir lernen am Beispiel der Quadratfunktion $f: x \mapsto x^2$, wie man die **Steigung** eines Funktionsgraphen **an einer Stelle** definiert; in Aufgabe 8 händisch, in Aufgabe 9 mit GeoGebra.



a) Zeige, dass der Graph der Quadratfunktion in den Intervallen $[x;1]$ und $[1;x]$ die mittlere Steigung $1+x$ hat.

b) Berechne die mittlere Steigung des Graphen von f in den angegebenen Intervallen.

Intervall	[0;1]	[0,5;1]	[0,9;1]	[0,99;1]	[0,999;1]
mittlere Steigung	1	1,5	1,9	1,99	1,999

Intervall	[1;2]	[1;1,5]	[1;1,1]	[1;1,01]	[1;1,001]
mittlere Steigung	3	2,5	2,1	2,01	2,001

c) Wie verhält sich die mittlere Steigung in b), wenn sich die Intervalle auf die Stelle 1 zusammenziehen?

Der Grenzwert der mittleren Steigungen existiert und hat den Wert 2.